

УДК 623. 021: 005

ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СИЛ И СРЕДСТВ В ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЙ

к.т.н. В.Б. Кононов, Д.И. Евстрат, Ю.И. Рафальский, И.Ф. Бабий
(представил проф., д.т.н. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматриваются вопросы постановка некоторых задач оптимального распределения сил и средств оперирующей стороны в динамических процессах конфликтных ситуаций.

Рассматривается вариант конфликтных ситуаций, в котором оперирующие стороны **А** и **В** располагают неоднородными основными и вспомогательными силами. При этом количество основных сил сторон **А** и **В** в момент времени **t** описывается соответственно как:

$$x_1(t), \dots, x_{m_1}(t);$$

$$y_1(t), \dots, y_{n_1}(t),$$

где $m_1 \leq m$, $n_1 \leq n$, а количество вспомогательных сил сторон **А** и **В** в момент времени **t** – соответственно как:

$$x_{m_1+1}(t), \dots, x_m(t);$$

$$y_{n_1+1}(t), \dots, y_n(t).$$

В конфликтной ситуаций основные силы каждой из стороны могут выделяться против основных сил противостоящей стороны

$$\gamma x_{m_1}(t), \delta y_{n_1}(t).$$

Вспомогательные силы каждой из сторон выделяются как против основных сил

$$\alpha x_{m_1}(t), \beta y_{n_1}(t),$$

так и против вспомогательных сил

$$(1-\alpha) x_m(t), (1-\beta) y_n(t).$$

В [1] показано, что такая конфликтная ситуация будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned}
\frac{dx_1(t)}{dt} &= -\sum_{j=1}^{n_1} \partial_{1j} b_{1j} y_j(t) - \sum_{j=n_1}^n \beta_{1j} b_{1,n_1+j} y_{n_1+j}(t) + u_1(t); \\
\frac{dx_{m_1}(t)}{dt} &= -\sum_{j=1}^{n_1} \partial_{m_1j} b_{m_1j} y_j(t) - \sum_{j=n_1}^n \beta_{m_1j} b_{m_1,n_1+j} y_{n_1+j}(t) + u_{m_1}(t); \\
\frac{dx_{m_1+1}(t)}{dt} &= -\sum_{j=1}^{n_1} \partial_{m_1+1,j} b_{m_1+1,j} y_j(t) - \sum_{j=n_1}^n \beta_{m_1+1,j} b_{m_1+1,n_1+j} y_{n_1+j}(t) + \\
&+ u_{m_1+1}(t); \\
\frac{dx_m(t)}{dt} &= -\sum_{j=1}^{n_1} \partial_{mj} b_{mj} y_j(t) - \sum_{j=n_1}^n \beta_{mj} b_{m,n_1+j} y_{n_1+j}(t) + u_m(t); \\
\frac{dy_1(t)}{dt} &= -\sum_{i=1}^{m_1} \gamma_{1i} a_{1i} x_i(t) - \sum_{i=m_1}^m \alpha_{1i} a_{1,m_1+i} x_{m_1+i}(t) + v_1(t); \\
\frac{dy_{n_1}(t)}{dt} &= -\sum_{i=1}^{m_1} \gamma_{n_1i} a_{n_1i} x_i(t) - \sum_{i=m_1}^m \alpha_{n_1i} a_{n_1,m_1+i} x_{m_1+i}(t) + v_{n_1}(t); \\
\frac{dy_{n_1+1}(t)}{dt} &= -\sum_{i=1}^{m_1} \gamma_{n_1+1,i} a_{n_1+1,i} x_i(t) - \sum_{i=m_1}^m \alpha_{n_1+1,i} a_{n_1+1,m_1+i} x_{m_1+i}(t) + \\
&+ v_{n_1+1}(t); \\
\frac{dy_n(t)}{dt} &= -\sum_{i=1}^{m_1} \gamma_{ni} a_{ni} x_i(t) - \sum_{i=m_1}^m \alpha_{ni} a_{n,m_1+i} x_{m_1+i}(t) + v_n(t),
\end{aligned} \right. \quad (1)$$

где $\mathbf{a} = \{a_{ji}\}_{n,m}$, $\mathbf{b} = \{b_{i,j}\}$ - эффективные скорострельности средств;

$\mathbf{u}(t) = \{u_i(t)\}_m$, $\mathbf{v}(t) = \{v_j(t)\}_n$ - интенсивность поступления средств резерва.

Способ действий оперирующей стороны будет определяться целью, стоящей перед нею. Именно, исходя из поставленной цели оперирующая сторона **A** в ходе решения задачи распределения сил и средств стремиться найти управляющие параметры γ , α и $\mathbf{u}(t)$ так, чтобы наилучшим способом провести операцию. Будем считать, что поставленная в ходе операции задача полностью определяется критерием эффективности, от выбора которого зависит и то, как будут распределены силы и средства оперирующей стороны.

Рассмотрим постановку некоторых наиболее типичных задач оптимального распределения сил и средств стороны **A** в динамических процессах конфликтных ситуаций между сторонами **A** и **B**, в которых требуется найти следующие оптимальные управляющие параметры

$\gamma^* = \{\gamma_{ji}^*\}_{n,m}$, $\alpha^* = \{\alpha_{ji}^*\}_{n,m}$, $u^*(t) = \{u_i^*\}_m$ систем дифференциальных уравнений динамических процессах конфликтных ситуаций, описываемых уравнениями (1), при следующих начальных условиях $x_i(0) = x_i^0$ ($i = \overline{1,m}$), $y_j(0) = y_j^0$ ($j = \overline{1,n}$), удовлетворяющих условиям следующих задач.

Задача 1. В этой задаче сторона **A** стремится выбрать свои управляющие параметры γ , α , $u(t)$ таким образом, чтобы к завершению конфликтной ситуации (в момент времени T), суммарное количество основных сил стороны **B** было минимально

$$\{\gamma, \alpha, u(t)\} \sum_{j=1}^{n_1} y_j(T). \quad (2)$$

Задача 2. Смысл этой задачи аналогичен предыдущей за исключением введения дополнительного условия на потери в операции стороной **A** сил и средств не больше заданных чисел

$$\{\gamma, \alpha, u(t)\} \sum_{j=1}^{n_1} y_j(T), \quad x_i^0 - x_i(T) \leq r_i, \quad i = \overline{1,m}. \quad (3)$$

Задача 3. В этой задаче сторона **A** стремится выбрать свои управляющие параметры γ , α , $u(t)$ таким образом, чтобы к концу конфликтной ситуаций максимизировать количество своих основных сил при заданных ограничениях на потери своих сил и потери стороны **B**:

$$\begin{aligned} & \{\gamma, \alpha, u(t)\} \sum_{i=1}^{m_1} x_i(T), \\ & x_i^0 - x_i(T) \leq r_i, \quad i = \overline{1,m}, \\ & y_j^0 - y_j(T) \geq b_j, \quad j = \overline{1,n}. \end{aligned} \quad (4)$$

Задача 4. В этой задаче сторона **A** стремится минимизировать среднее суммарное количество основных сил стороны за весь процесс конфликтной ситуаций при ограничении на потери своих сил:

$$\begin{aligned} & \{\gamma, \alpha, u(t)\} \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{j=1}^{n_1} y_j(t) dt, \\ & x_i^0 - x_i(T) \leq r_i, \quad i = \overline{1,m}. \end{aligned} \quad (5)$$

Задача 5. Здесь сторона **А** максимизирует среднее суммарное количество своих основных сил за весь период конфликтной ситуаций при ограничениях задачи (3):

$$\begin{aligned} & \left\{ \gamma, \alpha, u(t) \right\} \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{i=1}^{m_1} x_i(t) dt; \\ & x_i^0 - x_i(T) \leq r_i, \quad i = \overline{1, m}; \\ & y_j^0 - y_j(T) \geq b_j, \quad j = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (6)$$

Задача 6. В этой задаче сторона **А** стремится минимизировать отношение оставшихся основных сил сторон **В** и **А** в момент времени **Т**:

$$\begin{aligned} & \left\{ \gamma, \alpha, u(t) \right\} \frac{\sum_{j=1}^{n_1} y_j(t)}{\sum_{i=1}^{m_1} x_i(t)}; \\ & x_i^0 - x_i(T) \leq r_i, \quad i = \overline{1, m}; \\ & y_j^0 - y_j(T) \geq b_j, \quad j = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (7)$$

Задача 7. В этой задаче сторона **А** стремится минимизировать отношение средних суммарных количеств основных сил сторон **В** и **А** за весь период операции:

$$\begin{aligned} & \left\{ \gamma, \alpha, u(t) \right\} \frac{\int_0^T \sum_{j=1}^{n_1} y_j(t) dt}{\int_0^T \sum_{i=1}^{m_1} x_i(t) dt}; \\ & x_i^0 - x_i(T) \leq r_i, \quad i = \overline{1, m}; \\ & y_j^0 - y_j(T) \geq b_j, \quad j = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (8)$$

Задача 8. В этой задаче сторона **А** стремится минимизировать момент времени **Т** ведения операции:

$$\begin{aligned} & \left\{ \gamma, \alpha, u(t) \right\} T; \\ & x_i^0 - x_i(T) \leq r_i, \quad i = \overline{1, m}; \\ & y_j^0 - y_j(T) \geq b_j, \quad j = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (9)$$

В зависимости от целей, поставленных перед стороной **A**, выбор может осуществиться на основе решения одной из вышеперечисленных задач.

Отметим, что если сторона **A** стремится к “равномерному” уничтожению основных сил противника, то критерий эффективности (2) должен быть заменен на следующий:

$$\{\gamma, \alpha, u(t)\} \max_{1 \leq j \leq n_1} y_j(T). \quad (10)$$

Аналогично, критерии эффективности в задачах (3) – (5) в этой ситуации заменяются соответственно на следующие:

$$\{\gamma, \alpha, u(t)\} \max_{1 \leq i \leq m_1} x_i(T); \quad (11)$$

$$\{\gamma, \alpha, u(t)\} \max_{1 \leq j \leq n_1} \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T y_j(t) dt \right\}; \quad (12)$$

$$\{\gamma, \alpha, u(t)\} \max_{1 \leq j \leq n_1} \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T y_j(t) dt \right\}; \quad (13)$$

$$\{\gamma, \alpha, u(t)\} \min_{1 \leq i \leq m_1} \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T x_i(t) dt \right\}. \quad (14)$$

Рассмотренные критерии эффективности могут применяться в задачах оптимального распределения сил и средств в динамических моделях конфликтных ситуаций, описываемых системами дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях и ограничениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И., Ольшевский И.П., Носик Ал.М. Разработка моделей динамических процессов конфликтных ситуаций // Системи обробки інформації. – Харків : НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – Вип. 3(9). – С. 74 - 76.
2. Мороз Ф.В., Кембелл Д.Е. Методы исследования операций. – М: Сов. радио, 1965. – 286 с.
3. Чуев Ю.В. Исследование операций в военном деле. – М.: Воениздат, 1970. – 256 с.

Поступила в редколлегию 18.12.2000